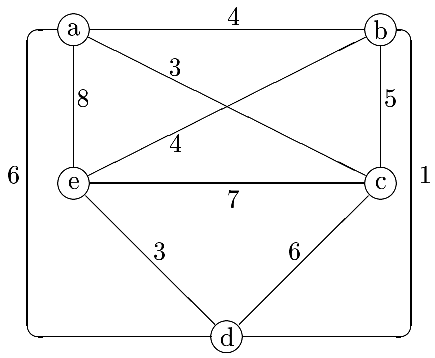
Jyväskylän yliopisto
Tietotekniikan laitos
Pekka Orponen

TIE211 Tietorakenteet ja algoritmit 2

Loppukoe ke 18.8.1999 klo 8–12

1. Oletetaan, että tunnet vaativuudeltaan kertaluokkaa $\Theta(n^2)$ olevan yksinkertaisen algoritmin jonkin ongelman ratkaisuun. Oletetaan edelleen, että tiedät miten ongelman kokoa n oleva tapaus voitaisiin palauttaa kolmeen kokoa $n/2$ olevaan tapaukseen, joista yhdistämällä alkuperäisen tapauksen vastaus voitaisiin muodostaa lineaarisessa ajassa. Osatapaukset voidaan muodostaa ajassa $\Theta(n^\alpha)$. Miten pieni täytyy vakion α olla, jotta osittamiseen perustuva ratkaisualgoritmi olisi tehokkaampi kuin alussa mainittu yksinkertainen algoritmi?

2. Simuloi kauppamatkustajan ongelman (a) ahneen ratkaisuheuristiikan, (b) Lin-Kernighan 2-vaihtoheuristiikan toimintaa oheisessa verkossa. Valitse LK-heuristiikan alkuratkaisuksi reitti *abcde*.



3. Tarkastellaan seuraavaa NP-täydellistä *repunpakkausongelmaa.* On annettu joukko "tavaroita" $E = \{e_1, \ldots, e_k\}$ ja niiden "koot" $s(e_1), \ldots, s(e_k)$ ja "arvot" $v(e_1), \ldots, v(e_k)$ sekä luonnollinen luku S ("repun tilavuus"). Tehtävänä on valita tavaroiden joukosta sellainen osakokoelma $E' = \{e'_1, \ldots, e'_r\} \subseteq E$, että $s(E') := s(e'_1) + \cdots + s(e'_r) \leq S$ ("tavarat mahtuvat reppuun") ja "repun arvo" $v(E') := v(e'_1) + \cdots + v(e'_r)$ on mahdollisimman suuri. Suunnittele ongelmalle (a) ahne ja (b) paikalliseen etsintään perustuva ratkaisuheuristiikka.

4. *Pisimmän yhteisen alijonon* määritystehtävässä syötteenä annetaan merkkijonot $a = a_1 \ldots a_m$ ja $b = b_1 \ldots b_n$, ja tehtävänä on määrittää suurin sellainen luku k, että jokin jono $c = c_1 \ldots c_k$ esiintyy sekä jonon a että jonon b alijonona (so. joillakin indekseillä $1 \leq i_1 < \cdots < i_k \leq m$ ja $1 \leq j_1 < \cdots < j_k \leq n$ on $a_{i_1} \ldots a_{i_k} = b_{j_1} \ldots b_{j_k} = c_1 \ldots c_k$). Esimerkiksi merkkijonoilla VIISAS ja SIKA on kaksikin kahden merkin mittaista yhteistä alijonoa (IA ja SA), mutta ei yhtään kolmen merkin mittaista yhteistä alijonoa; tässä tapauksessa on siis $k = 2$. Huomaa, ettei alijonon c merkkien tarvitse esiintyä jonoissa a ja b yhtenäisesti peräkkäin. — Laadi algoritmi, joka määrittää annettujen syötejonojen $a = a_1 \ldots a_m$ ja $b = b_1 \ldots b_n$ pisimmän yhteisen alijonon pituuden k ajassa $O(mn)$. (*Vihje:* Muodosta taulukko $L[1 \ldots m, 1 \ldots n]$, missä $L[i,j]$ = jokin sopivasti valittu jonoihin $a_1 \ldots a_i$ ja $b_1 \ldots b_j$ liittyvä suure.)

Pisteytys: Kukin tehtävä 15 pistettä, yhteensä 60 pistettä.