Jyväskylän yliopisto
Tietotekniikan laitos
Pekka Orponen

TIE211 Tietorakenteet ja algoritmit 2

Loppukoe ke 17.3.1999 klo 8–12

1. Järjestä seuraavat funktiot kertaluokkiensa mukaiseen kasvavaan järjestykseen:

$$\sqrt{n}, \quad n \log n, \quad n^{1/3} + \log n, \quad \log n, \quad e^n,$$
$$n!, \quad 42, \quad \log\log n, \quad (1/e)^n, \quad n/\log n.$$

   (Merkintä $\log n$ tarkoittaa tässä kaksikantaista logaritmia.)

2. Simuloi kauppamatkustajan ongelman (a) ahneen ratkaisuheuristiikan, (b) Lin-Kernighan 2-vaihtoheuristiikan toimintaa oheisessa verkossa. Valitse LK-heuristiikan alkuratkaisuksi reitti *abcde*.

3. NP-täydellisessä *riippumaton joukko* -ongelmassa (engl. Independent Set) on tehtävänä löytää annetusta suuntaamattomasta verkosta mahdollisimman suuri solmujoukko, jossa minkään solmuparin välillä ei ole kaarta. Suunnittele ongelmalle (a) ahne, (b) paikalliseen etsintään perustuva ratkaisuheuristiikka ja anna esimerkit niiden toiminnasta. Miten soveltaisit ns. simuloitua jäähdytystä tämän ongelman tapauksessa?

4. Ns. *Hanoin tornit* -ongelmassa tehtävänä on siirtää n halkaisijaltaan erikokoisen puukiekon pino yksi kerrallaan kolmen aluslautaan kiinnitetyn puikon kesken siten, että kiekot siirtojonon alussa ovat järjestyksessä vasemmanpuoleisessa puikossa, siirtojonon lopussa samoin järjestyksessä oikeanpuoleisessa puikossa, ja missään siirtovaiheessa ei isompaa kiekkoa sijoiteta pienemmän päälle. (Ks. kuva.)

   (a) Olkoon annettuna alkeissiirto-operaatio $s(i, j)$, joka siirtää yhden kiekon puikon i päältä puikon j päälle. Suunnittele tähän operaatioon perustuen osittava algoritmi $S(n; i, apu, j)$, joka siirtää (laillisesti!) n kiekon pinon puikosta i puikkoon j käyttäen "välilaskupaikkana" puikkoa *apu*. (*Vihje:* Aloita siirtämällä $n - 1$ päällimmäistä kiekkoa puikosta i puikkoon *apu*.) Erityisesti siis algoritmin kutsu $S(n; 1, 2, 3)$ ratkaisee alkuperäisen n kiekon torniongelman. Esimerkiksi kahden kiekon tapauksessa kutsun $S(2; 1, 2, 3)$ tulisi tuottaa alkeissiirtojono "$s(1, 2); s(1, 3); s(2, 3)$".

   (b) Muodosta rekursioyhtälö, joka kuvaa algoritmin kutsun $S(n; 1, 2, 3)$ tuottamien yhden kiekon alkeissiirtojen määrää n:n funktiona. Ratkaise yhtälö.

Pisteytys: Kukin tehtävä 15 pistettä, yhteensä 60 pistettä.