Jyväskylän yliopisto
Tietotekniikan laitos
Pekka Orponen

TIE211 Tietorakenteet ja algoritmit 2

Kurssikoe ti 15.12.1998 8–12

1. Tietyn ongelman ratkaisemiseksi on tarjolla kaksi vaihtoehtoista menetelmää. Algoritmissa 1 ongelman tapaus, jonka koko on n, jaetaan kahteen $n/2$ kokoiseen osatapaukseen, jotka molemmat ratkaistaan rekursiivisesti. Tapauksen osittaminen ja osaratkaisujen yhdistäminen vaativat tässä menetelmässä n:n suhteen lineaarisen ajan. Algoritmissa 2 ongelman tapaus jaetaan n:n suhteen neliöllisessä ajassa kolmeen $n/3$ kokoiseen osatapaukseen, mutta näistä ratkaistaan rekursiivisesti vain yksi. Kumpi algoritmi on aikavaativuudeltaan asymptoottisesti tehokkaampi? (Perusteltu vastaus.)

2. *Valuutta-arbitraasilla* tarkoitetaan (yksinkertaistaen) valuuttojen vaihtosuhteiden erojen hyväksikäyttöä voittojen keräämiseen. Jos esimerkiksi yhdellä Suomen markalla saa 1,60 Ruotsin kruunua, yhdellä kruunulla 0,13 USA:n dollaria ja yhdellä dollarilla 5,00 markkaa, niin vaihtamalla markat ensin kruunuiksi, sitten kruunut dollareiksi ja dollarit takaisin markoiksi saa voittosuhteeksi $1,60 \times 0,13 \times 5,00 = 1,04$. Suunnittele tehokas algoritmi, joka tutkii onko annetussa n valuutan valuuttakorissa, jossa valuutan i vaihtosuhde valuuttaa j vastaan on $R[i,j]$, mahdollista harjoittaa voitollista arbitraasia. (*Vihje:* Floyd.)

3. Suunnittele algoritmi $B(n,k)$, joka annetuilla syötteillä n ja k tuottaa ja tulostaa ne n bitin bittijonot, jotka sisältävät tasan k ykköstä. Algoritmin aikavaativuuden $T(n,k)$ tulee olla verrannollinen tulostettujen bittijonojen määrään, so. on oltava $T(n,k) = O(\binom{n}{k}) = O(n^k)$ (kiinteällä k). Esitä algoritmisi aikavaativuusanalyysi.

4. Määrittele seuraavat käsitteet: ongelmaluokka NP, polynominen palautus, NP-täydellinen ongelma. Anna kaksi esimerkkiä NP-täydellisistä ongelmista, perustele miksi ne kuuluvat luokkaan NP, ja osoita että niiden välillä vallitsee polynominen palautusrelaatio. (Yhdensuuntainen palautus riittää, palautusekvivalenssia ei tarvitse osoittaa.)

Pisteytys: Kukin tehtävä 15 pistettä, yhteensä 60 pistettä.