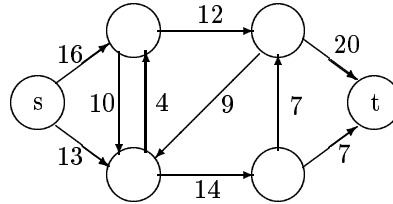


MAT349 Kombinatoriikka, kevät 2001

Harjoitus 3, 8.2.

1. Määritä seuraavan vuoverkon jokin maksimivuo ja sitä vastaava minimileikkaus Fordin-Fulkersonin täydennyspolkumenetelmällä.



2. Osoita, että jos Fordin-Fulkersonin täydennyspolkumenetelmässä aina valitaan vuon kasvattamiseksi *lyhin* tarjolla oleva täydennyspolku (ns. Edmondsin-Karpin algoritmi), niin maksimivuon määrittämiseksi vuoverkossa $G = (V, E, c, s, t)$ tarvitaan enintään $|V||E|$ täydennysaskelta. (*Vihje:* Huomaa, että jokaisen täydennysaskelen yhteydessä jokin täydennyspolun kaari saturoituu.)
3. Johda kaksijakoisten verkkojen täydellisten pariutusten olemassaoloa koskeva P. Hallin lause (lentojen L.2.3, vL&W Thm 5.1) Fordin-Fulkersonin maxflow-mincut -lauseen korollarina. (*Vihje:* Lisää verkkoon sopivat lähde- ja kohdesolmu, suuntaa kaaret sopivasti, ja valitse $X - Y$ -kaarille riittävän suuret kapasiteetit.)
4. Tutustu van Lintin & Wilsonin kirjan lauseeseen 7.3 (s. 53) ja sen verkkovuotekniikoita käyttävään todistukseen. (Lauseetta voidaan käyttää hyväksi esim. suunniteltaessa ns. *asetelmia* t. säännöllisiä hyperverkkoja.)
5. Piirrä seuraavat verkot ja määritä niiden automorfismiryhmät: $\overline{3K_2}$, $K_4 \cup C_4$, $\overline{K_2} + C_4$, $K_{2,3}$, $K_{1,2}[K_2]$.
6. Esitä jokin verkko, jonka automorfismiryhmä on isomorfinen ryhmän C_3 (kertalukua 3 oleva syklinen ryhmä, $C_3 = \{1, r, r^2\}$) kanssa.