Jyväskylän yliopisto
Matematiikan laitos
Pekka Orponen

MAT282 Johdatus diskreettiin matematiikkaan

1. välikoe ke 20.10.1999 klo 8–11

1. (a) Luettele kaikki joukon $\{a, b, c\}$ ositukset (ekvivalenssirelaatiot). Montako ositusta voidaan yleisesti muodostaa n alkion joukossa?

   (b) Olkoon $A = \{2, 3, 4\}^2$. Piirrä Hasse-kaavio järjestysrelaatiosta $\preceq \subseteq A \times A$, missä
   $$(r, s) \preceq (r', s') \qquad \text{joss} \qquad r \leq r' \text{ ja } s|s'.$$
   (Merkintä $s|s'$ tarkoittaa, että kokonaisluku s on kokonaisluvun s' tekijä.)

2. (a) Kuinka monta sellaista viisimerkkistä "sanaa" voidaan muodostaa aakkoston {A, E, M, N, S} kirjaimista, joissa kirjain A esiintyy kaksi tai kolme kertaa ja kukin muista kirjaimista enintään kerran? Sanojen ei tarvitse olla suomenkielen äänneopin mukaisia: kelvollisia ovat siis esimerkiksi AAMEN, ASEMA ja AMSAA, mutta eivät MENSA eikä MASSA.

   (b) Montako kokonaislukuratkaisua on epäyhtälöryhmällä:
   $$\begin{cases} \sum_{i=1}^{5} x_i = 10, \\ 1 \leq x_i \leq 3, \quad i = 1, \ldots, 5? \end{cases}$$

3. Kokeessa on viisi monivalintatehtävää, joissa on kussakin viisi ratkaisuvaihtoehtoa ($a, \ldots, e$). Opiskelija K tietää, että kaikkiin kysymyksiin on vastattava *eri* tavalla, mutta muuten hänellä ei ole mitään käsitystä oikeista vastauksista. Monellako tavalla K voi muodostaa vastausrivin niin, että siinä ovat *kaikki vastaukset väärin*? (*Vihje:* Tarkastele, monellako tavalla vastausrivin voisi muodostaa niin, että siinä olisi ainakin i. vastaus oikein, $i = 1, \ldots, 5$.)

4. Ratkaise rekursioyhtälö:
   $$\begin{cases} a_0 = 0, \quad a_1 = 1, \\ a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} + 2^n, \quad n \geq 2. \end{cases}$$

Pisteytys: tehtävät 1 ja 2 á 8 pistettä, tehtävät 3 ja 4 á 7 pistettä, yhteensä 30 pistettä.