Jyväskylän yliopisto
Matematiikan laitos
Pekka Orponen

MAT340 Tietojenkäsittelyteoria

1. välikoe ke 1.3.2000 klo 8–11

1. Todista, että kieli

$$F = \{\langle c, x\rangle \mid \text{Turingin kone } M_c \text{ hylkää syötteen } x\}$$

   on Π^0_1-täydellinen $\leq_m$ -palautusten suhteen.

2. Osoita, että seuraava ongelma on NP-täydellinen:

   Hallitseva joukko (engl. Dominating Set): Annettu suuntaamaton verkko $G = (V, E)$ ja kokonaisluku k. Voidaanko verkosta G valita enintään k solmun joukko $V' \subseteq V$ niin, että valitusta joukosta johtaa kaari jokaiseen joukon ulkopuolelle jäävään solmuun (so. jos $v \in V \setminus V'$, niin jollakin $u \in V'$ on $\{u, v\} \in E$)?

   (*Vihje:* Vrt. solmupeiteongelma.)

3. (a) Osoita, että jos DSPACE(n) $\subseteq$ P, niin P = PSPACE. (*Vihje:* Tarkastele syötteitä, jotka ovat muotoa $x10^{q(|x|)}$, q polynomi.)

   (b) Päättele (a)-kohdan tuloksesta, että välttämättä on P $\neq$ DSPACE(n).

   Lisätieto: Samaa “toppaustekniikkaa” käyttäen voidaan osoittaa myös, että jos P = NP, niin E = NE.

4. Hahmottele todistus sen osoittamiseksi, että kaikilla $k \geq 1$ seuraava kieli on Σ^p_k-täydellinen:

$$\mathrm{QBF}_k = \{F \mid F \text{ on tosi kvantifioidun lausekalkyylin kaava, jossa on enintään } k-1 \text{ kvanttorialternaatiota, ja ensimmäinen kvanttori on } \exists\ \}.$$

   (*Vihjeitä:* Cook, Wrathall, alternoivat ja/tai oraakkelikoneet.)

Pisteytys: tehtävät 1 ja 4 á 7 pistettä, tehtävät 2 ja 3 á 8 pistettä, yhteensä 30 pistettä.