Jyväskylän yliopisto
Matematiikan laitos
Pekka Orponen

MAT282 Johdatus diskreettiin matematiikkaan

1. välikoe ke 13.10.1999 klo 8–11

1. (a) Piirrä kaikkien mahdollisten kolmen alkion järjestysrelaatioiden (osittainjärjestysten) Hasse-kaaviot.

   (b) Osoita, että jokainen äärellinen järjestetty joukko sisältää maksimaalisen, mutta ei välttämättä suurinta alkiota.

2. (a) Kuinka monta anagrammia voidaan muodostaa sanasta TIIVITAAVI? (Kaksi sanaa ovat *anagrammeja*, jos niissä on samat kirjaimet eri järjestyksessä. Tässä tehtävässä anagrammien ei tarvitse olla suomenkielen äänneopin mukaisia.)

   (b) Kuinka monella tavalla luennoija (PO) ja neljä teletappia (Tiivi-Taavi, Hipsu, Laa-Laa ja Pai) voidaan ryhmitellä kolmeen ryhmään niin, että mikään ryhmistä ei ole tyhjä?

   (Kummassakin kohdassa ratkaisukaava 3 pistettä, lukuarvo 1 piste.)

3. Monellako tavalla kymmenen keskenään samankaltaista pupua voidaan jakaa neljän teletapin kesken niin, että kukin tappi saa vähintään yhden ja enintään kolme pupua?

4. Ratkaise rekursioyhtälö:

$$\begin{cases} a_0 = 0, \quad a_1 = 1, \\ a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} + 2^n, \quad n \geq 2. \end{cases}$$

Pisteytys: tehtävät 1 ja 2 á 8 pistettä, tehtävät 3 ja 4 á 7 pistettä, yhteensä 30 pistettä.