Jyväskylän yliopisto
Matematiikan laitos
Pekka Orponen

MAT282 Johdatus diskreettiin matematiikkaan

2. välikoe ke 29.11.2000 klo 8–11

1. Anna esimerkit yhtenäisistä verkoista, joissa:

   (a) ei ole Eulerin kierrosta eikä Hamiltonin kehää;

   (b) on Eulerin kierros mutta ei Hamiltonin kehää;

   (c) on Hamiltonin kehä mutta ei Eulerin kierrosta;

   (d) on sekä Eulerin kierros että Hamiltonin kehä.

2. Merkitään verkon $G = (V, E)$ solmujen *keskimääräistä astetta*

   $$\bar{\delta}_G = \frac{1}{|V|} \sum_{u \in V} \deg(u).$$

   Osoita, että kaikilla tasoverkoilla G on $\bar{\delta}_G < 6$, ja että puiden T keskimääräinen aste lähestyy raja-arvoa $\lim \bar{\delta}_T = 2$, kun solmujen lukumäärä kasvaa.

3. *Hyperkuutioverkon* H_n solmuina ovat kaikki n-bittiset binäärijonot $u \in \{0, 1\}^n$, ja solmujen u ja v välillä on kaari, jos ja vain jos niitä vastaavat binäärijonot eroavat toisistaan tasan yhdessä kohden. Määritä hyperkuutioverkon H_n väriluku $\chi(H_n)$. (Perusteltu vastaus.)

4. Suunnittele jokin kuusibittinen, yhden virheen korjaava lineaarinen koodi, jossa on 8 koodisanaa. Esitä koodisi tarkistusmatriisi ja luettele sen mukaiset koodisanat. Esitä, miten jokin yhden bittivirheen sisältävä jono korjattaisiin suunnittelemaasi tarkistusmatriisia käyttäen.

Pisteytys: tehtävät 1 ja 2 á 8 pistettä, tehtävät 3 ja 4 á 7 pistettä, yhteensä 30 pistettä.