Jyväskylän yliopisto
Matematiikan laitos
Pekka Orponen

MAT282 Johdatus diskreettiin matematiikkaan

1. välikoe ke 25.10.2000 klo 8–11

1. Tarkastellaan perusjoukon $\{1, 2, \ldots, n\}$ kaikkien mahdollisten ositusten joukkoa $\mathcal{E}_n$. Määritellään tässä joukossa osittainjärjestys $\sqsubseteq$ seuraavasti: $E \sqsubseteq E'$, jos ositus E on *hienompi* kuin ositus E', so. jokainen E:n luokka sisältyy johonkin E':n luokkaan. Siten esimerkiksi joukossa $\mathcal{E}_3$ on voimassa $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\} \sqsubseteq \{\{1, 2\}, \{3\}\}$, mutta ositukset $\{\{1, 2\}, \{3\}\}$ ja $\{\{1\}, \{2, 3\}\}$ eivät ole vertailtavissa.
   (a) Piirrä Hasse-kaaviot järjestyksistä $(\mathcal{E}_2, \sqsubseteq)$ ja $(\mathcal{E}_3, \sqsubseteq)$. Montako alkiota on joukoissa $\mathcal{E}_4$ ja $\mathcal{E}_5$?
   (b) Kuvaile yleisesti järjestystä $(\mathcal{E}_n, \sqsubseteq)$. Mitkä ovat sen pienin ja suurin alkio? Montako alkiota siinä on kaikkiaan? Mitkä ovat annetun osituksen $E \in \mathcal{E}_n$ välittömät seuraajat? Montako niitä on?

2. Tarkastellaan n-alkioisen perusjoukon A osajoukkoja. Monellako tavalla voidaan muodostaa joukkopari (X, Y), $X \subseteq A$, $Y \subseteq A$, siten että $X \neq Y$? Entä jos vaaditaan lisäksi että $X \subseteq Y$?

3. Kuusi avioparia järjestää tanssiaiset. Monellako tavalla osallistujat voidaan ryhmitellä tanssipareiksi, kun vaaditaan ettei mikään aviopari tanssi toistensa kanssa? (*Vihje:* Seulayhtälö.)

4. Piensijoittaja F. U. Tuuri hoitaa sijoitussalkkuaan seuraavan strategian mukaan: kunkin viikon alussa hän ostaa uusia osakkeita vastaavalla summalla kuin hänen salkkunsa arvo oli *kaksi viikkoa* aiemmin, ja myy osakkeita salkun *kolme viikkoa* aiempaa arvoa vastaavalla summalla. (Pörssikurssien mahdollinen muu kehitys jätetään huomiotta.) Selvitä F. U. Tuurin salkun arvon kehitys, kun hän aloittaa sijoittamisen viikon 0 alussa yhden euron suuruisella summalla.

Pisteytys: tehtävät 1 ja 4 á 8 pistettä, tehtävät 2 ja 3 á 7 pistettä, yhteensä 30 pistettä.