Algoritmiteorian jatkokurssi, kevät 1999
Harjoitus 5, 3.5. klo 10–12 sali MaD380

1. Osoita, että mitään $\leq_m^p$ -palautusten suhteen EXPSPACE-kovaa kieltä ei voida tunnistaa polynomista kokoa olevilla kombinaatiopiireillä. Onko tulos voimassa myös $\leq_T^p$-palautuksille?

2. Osoita, että
$$\mathrm{PSC} = \bigcup \{P(T) \mid T \text{ laskurikieli}\}.$$
(Vrt. luentojen Lause 7.11.)

3. Tarkastellaan vaativuusluokkaa ZPP $=$ R $\cap$ co-R. Osoita, että jos kieli A kuuluu luokkaan ZPP, niin se voidaan tunnistaa satunnaisalgoritmilla, joka ei *koskaan* anna väärää vastausta, mutta jonka suoritusaika on polynominen ainoastaan odotusarvoisesti (so. huonolla onnella algoritmin suoritus voi kestää hyvinkin kauan). (*Vihje:* Simuloi kielen A ja $\bar{A}$ tunnistavia R-koneita rinnakkain.)

4. Luentomonisteen Lemma 8.8 sisältää seuraavan yksinkertaisen, mutta tärkeän "todennäköisyysvahvistustuloksen": Jos $A \in$ BPP, niin millä tahansa polynomilla q on olemassa polynomisessa ajassa toimiva probabilistinen Turingin kone M, jolla $L(M) = A$ ja $\mathrm{err}_M(x) \leq 2^{-q(|x|)}$ kaikilla x. Tuloksen todistuksessa monisteen s. 80 on valitettavasti virhe. Korjaa todistus. (*Vihje:* Sovella ns. Chernoffin rajoja. Tehtävä on oleellisesti sama kuin kevään Algoritmien teoria -kurssin harjoitusten 7 tehtävä 3, jonka malliratkaisukin löytynee edelleen kurssin kurssimapista.)