Algoritmien teoria, kevät 1999
Harjoitus 3, 8.2. klo 10–12 sali MaD380

1. (a) Suunnittele *splay*-puurakenteelle tehokkaat, alkion juureennosto-operaatioon perustuvat päivitysalgoritmit. (*Ohje:* Kunkin operaation aluksi nostetaan käsiteltävä alkio puun juureen.)

   (b) Esitä *splay*-puun päivitysalgoritmien toiminta, kun aluksi tyhjään puuhun ensin lisätään alkiot 6, 2, 7, 0, 4, 5, 9, 8, ja näin saadusta puusta sitten poistetaan alkiot 2 ja 9.

2. Täydennä luennolla (muistiinpanojen ss. 164.12–13) esitetty *splay*-puiden tasatun vaativuuden analyysi osoittamalla, että myös alkion x siksik-kierron tasattu kustannus on enintään $3(R'(x) - R(x))$, missä $R(x)$ on alkion x ranki ennen kiertoa ja $R'(x)$ sen ranki kierroksen jälkeen.

3. Simuloi kekotietorakenteen *heapify*-operaation (luennot, s. 166) toimintaa sen muodostaessa lukujonoa 4, 11, 9, 10, 5, 6, 8, 1, 2, 16 vastaavaa kekoa. (Pienin alkio keon juureen.)

4. Muodosta joukkoja $\{5, 2, 7\}$ ja $\{0, 3, 4, 6, 1, 8, 9\}$ vastaavat binomimetsät ja simuloi niiden yhdistämistä luennolla (muistiinpanojen ss. 167–169) esitetyillä algoritmeilla.

5. Todista seuraavat binomipuiden rakenneominaisuudet:

   (a) Binomipuun B_n, $n \geq 1$, juuren alipuut ovat täsmälleen binomipuut $B_0, \ldots, B_{n-1}$.

   (b) Binomipuussa B_n, $n \geq 0$, on syvyydellä k, $0 \leq k \leq n$, täsmälleen $\binom{n}{k}$ solmua